1. Általános egyensúlyelmélet, mint a piacgazdaságot leíró elmélet önellentmondás mentességének vizsgálata

Közgazdaságtan I (lásd Hal Varian megfelelő fejezeteit)

FELADAT - Decentralizáltság

Tekintsünk egy két szereplős tiszta cseregazdaságot, ahol a szereplők (A és B) azonos $U(x_t,x_{t+1})=x_t x_{t+1}$ Cobb-Douglas hasznosságfüggvénnyel jellemezhetők. Legyenek a kezdőkészletek rendre (20;100) és (100;20), ahol a vektor első eleme x jószágra vonatkozik, amit kg-ban mérünk, a második eleme pedig y-ra, amit literben mérünk. Decentralizált gazdaság lévén nem ismerik egymás jellemzőit.

1. Határozza meg az árak azon tartományát, ami mindkét fél számára elfogadható az y jószág x jószágra való cseréjében!
2. Elfogadhatóak-e az alábbi ajánlatban foglalt árak: a/ A 1y-ért cserébe ad 1/5x-et; b/A 22y-ért cserébe kap 5x-et; c/ A 6y-ért cserébe kap 4x-et?
3. Tételezzük fel, hogy a szereplők elfogadnak minden olyan csereajánlatot, ami nem hozza őket rosszabb helyzetbe. Elfogadják-e a fenti csereajánlatokat? Hogyan lehetséges ez?
4. Tudnak-e még további cserét végrehajtani?
5. Most tételezzük fel még azt is, hogy csak olyan cserékbe egyeznek bele, amikor már nem tudnak további cseréket végrehajtani! Határozza meg-e kimenetek halmazát! (szerződési görbe)!
6. Most tételezzük fel, hogy csak olyan cserékbe hajlandóak belemenni, amikor a felajánlott áron maximális hasznosságot érnek el és már nincs további cserére lehetőség! Milyen áron fognak cserélni (általános egyensúlyi ár) és mi lesz a végállapot, ahová eljutnak?
7. És ha a 2c pontból indulnának, mi lenne az egyensúlyi ár és a végállapot?
8. Rajzolja le az összes kérdést az Edgeworth-dobozban!

MEGOLDÁS:

1/

$$MRS^{A}_{y/x}=-\frac{MU_y}{MU_x}=-\frac{x}{y}=-\frac{1}{5}\left[\frac{kg}{l}\right]$$ Tehát A 1y-ért cserébe minimum 1/5 x-et akar kapni.

$$MRS^{B}_{y/x}=-\frac{MU_y}{MU_x}=-\frac{x}{y}=-5\left[\frac{kg}{l}\right]$$ Tehát B 1y-ért minimum 5 x-et akar kapni. Azaz megfordítva, 5x-ért minimum 1y-ont. Tehát ha 1y-on ért 1/5 és 5 között ajánlanak fel x-et cserébe, akkor az mindkét fél számára elfogadható.

2/ Mindegyik ár az elfogadható tartományba esik: **1/5**=1/5<5/22<4/6<**5**

3/ kiinduló állapotban $U^A(20;100)=2000$; $U^B(100;20)=2000$

a/ $U^A(21;95)=1995$, $U^B(99;25)=2475$. Tehát A nem fogadja el.

b/ $U^A(25;78)=1950$, $U^B(95;42)=3990$. Tehát A megint nem fogadja el.

c/ $U^A(24;94)=2256$, $U^B(96;26)=2496$. Mindketten elfogadják.

Azért lehet a látszólagos ellentmondás az a/ és b/ esetekben az előző válasszal, mert az MRS határarány (derivált) tehát végtelen kis változásokra igaz.

4/ $MRS^A(24;94)=-24/94 \neq MRS^B(96;26)=-96/26$: nem pont mindketten ugyanannyi x jószágot szeretnének adni adott mennyiségű y jószágért (nem pont ugyanazt akarják) ezért még tudnak egymással további cserét végrehajtani.

5/

- ✓ Akkor nem tudnak tovább cserélni, ha mindketten ugyanazt akarják, vagyis pont ugyanannyi x-et akarnak pont ugyanannyi y-ra elcserélni. Ez azt jelenti, hogy ebben az állapotban $MRS^A=MRS^B$. Tehát: (1) $MRS^A_{y/x}=-\frac{x^A}{y^A}=MRS^B_{y/x}=-\frac{x^B}{y^B}$
- ✓ Csak akkor cserélnek, ha jobb helyzetbe kerülnek, mint a kiinduló állapot, tehát $x^Ay^A \geq 2000$ és $x^By^B \geq 2000$.
- ✓ Ketten birtokolják a javakat, vagyis (2) $x^A+x^B=120$ *és* (3) $y^A+y^B=120$.

Az első egyenletbe a második és harmadik egyenletet behelyettesítve adódik: $\frac{x^A}{y^A}=\frac{120-x^A}{120-y^A}$. Azaz: $y^A=x^A$ ha $\sqrt{2000}\approx 44{,}7 \leq x^A \leq 120-\sqrt{2000}\approx 75{,}3$.

6/

$$\left.\begin{aligned} &\underset{x,y}{Max}\,U(x,y)\\ &p_x x+p_y y=I=p_x e_x+p_y e_y\end{aligned}\right\}$$

ahol e kezdőkészletet ((*initial*) *endowment*) jelöl, p árat hrivnyában, I pedig jövedelmet hrivnyában. Ennek megoldása adja a maximális hasznosságokat adott áraknál, azaz a keresleti függvényt. Jól viselkedő hasznosságfüggvény, tehát a megoldás:

$$\left.\begin{aligned} &-MRS_{y/x}=\frac{MU_y}{MU_x}=\frac{p_y}{p_x}\\ &p_x x+p_y y=I=p_x e_x+p_y e_y\end{aligned}\right\}$$

amiből:

$$x=\frac{1}{2}\frac{I}{p_x}$$

Csere feltétele, hogy amennyit adnak (kínálnak, S) egy jószágból, azt a másik megkapja (kereslet, D), vagyis, egyensúlyban a kereslet egyenlő a kínálattal:

$$120=\frac{1}{2}\frac{20p_x+100p_y}{p_x}+\frac{1}{2}\frac{100p_x+20p_y}{p_x}$$

Ebből adódik, hogy az egyensúlyi ár:

$$\frac{p_y}{p_x}=1\left[\frac{hr/kg}{hr/l}=\frac{l}{kg}\right]$$

A végállapot a (60;60) mindkét szereplőnek.

7/ Látható, hogy a piaci kereslet (egyensúlyi feltétel jobb oldala) független a jövedelemelosztástól (kezdőkézletektől). Ennek a feltétlenek eleget tevő hasznosság-függvényeket **Gorman-alakú hasznosság-függvény**eknek nevezzük. Ennek megfelelően az egyensúlyi ár sem változik. A végállapot: A szereplő a (24;94) pontból (59;59) pontba jut, míg B szereplő a (96;26) pontból a (61;61) pontba.

FELADAT – krematisztiké

Tekintsük az általános egyensúlyelméletet. Egy gazdaságában egyetlen vállalat és egyetlen fogyasztó van. A vállalat termelési függvénye $y=\sqrt{L}$, ahol y a megtermelt termék mennyisége, L pedig a felhasznált munkaerő mennyisége. A fogyasztó hasznosságfüggvénye a szokásos Cobb-Douglas alakú: $U(y,S)=yS$, ahol S a szabadidőt jelöli. A fogyasztó kezdőkészlete $(0,\overline{S})$. Határozzuk meg az egyensúlyi árakat ebben a gazdaságban, amennyiben a vállalat profitját osztalékként kiosztják a fogyasztónak, illetve abban az esetben, amikor nem! Az árakat jelöljük rendre p-vel és w-vel.

Megoldás:

Vállalat profitmaximum feladatából a munkakeresleti függvény meghatározható:

$$\underset{L}{Max}\, py - wL = p\sqrt{L} - L$$

$$L_D = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{w}\right)^2$$

Innen behelyettesítéssel adódik a profitfüggvény:

$$\pi = \frac{1}{4}\cdot\frac{p^2}{w}$$

A fogyasztó haszonmaximum feladatából pedig a munka kínálati függvényt vezethetjük le:

$$\underset{y,S}{Max}\, U(y,S) = yS$$

$$py + wS = w\overline{S} + \pi$$

$$\overline{S} = S + L$$

$$L_S = \frac{\overline{S}}{2} - \frac{\pi}{2w}$$

Az első estben, amikor a teljes profitot kiosztja az egyensúlyi árak tehát:

$$L_D = L_S$$

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{p}{w}\right)^2 = \frac{\overline{S}}{2} - \frac{\frac{1}{4}\cdot\frac{p^2}{w}}{2w}$$

$$\frac{p}{w} = 2\sqrt{\frac{\overline{S}}{3}}$$

A Walras - törvény miatt egy árat szabadon megválaszthatunk. Legyen: w=1. Ekkor:

$$L_D = L_S = \frac{\overline{S}}{3}$$

$$y_D = y_S = \sqrt{\frac{\overline{S}}{3}}$$

Ha nem osztjuk ki a profitot, akkor a munkakínálati függvény:

$$L_S = \frac{\overline{S}}{2}$$

Tehát egyensúlyban:

$$L_D = L_S = \frac{\overline{S}}{2}$$

Igen ám, de ha leellenőrizzük, hogy y jószágból is megegyezik-e a pici kereslet a piaci kínálattal azt tapasztaljuk, hogy nem:

$$y_S = \sqrt{\frac{\bar{S}}{2}} \text{, de } y_D = \frac{1}{2} \cdot \frac{w\bar{S}}{p} = \frac{1}{2} \cdot \bar{S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\bar{S}}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\bar{S}}{2}}$$

Magyarán amennyiben a vállalat krematisztikus szereplő (nem osztja ki mindig teljes egészében a profitját), akkor nincs egyensúly.